الهندسة الفراغية

❁ المستقيمات والمستويات في الفراغ.

❁ الهرم والمخروط .

❁ المساحة الجانبية و الكلية للهرم المنتظم – حجم الهرم.

❁ المساحة الجانبية و الكلية للمخروط – حجم المخروط .

❁ معادلة الدائرة.



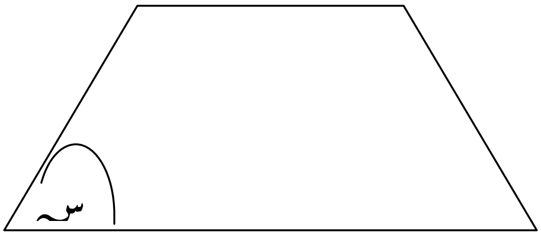
المستقيمات والمستويات في الفـــــــــراغ

مفاهيم ومسلمات أساسية

❁ **الخط المستقيم :-**

هو مجموعة غير منتهية من النقط ويتحدد تحديدا تحديدا تاماً إذا علم اى نقطتين مختلفتين عليه .

❁ **المستوى :-**



هو مجموعة غير منتهية من النقط

تمثل سطح لا حدود له بحيث أن المستقيم المار

بأى نقطتين فيه يقع بأكمله داخل المستوى .

ويرمز له بأحد الحروف الكبيرة مثل س أو ص أو ع

❁ **الفراغ (الفضاء) :-**

هو مجموعة غير منتهية من النقط والذى يحتوى جميع المستقيمات والمستويات والمجسمات محل الدراسة .

ملاحظات خطيرررررررة (١)

١ـ أى نقطة فى الفراغ يمر بها عدد لا نهائى من المستقيمات .

٢ـ أى نقطة فى الفراغ يمر بها عدد لا نهائى من المستويات .

٣ـ أى نقطتين فى الفراغ يمر بهما مستقيم واحد .

٤ـ أى نقطتين فى الفراغ يمر بهما عدد لا نهائى من المستويات .

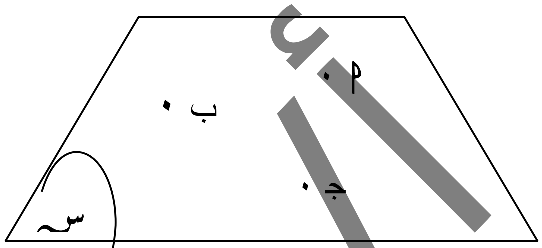
٥ ـ أى ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد .

٦ ـ أى ثلاث نقاط على استقامة واحدة يمر بها عدد لا نهائى من المستويات .

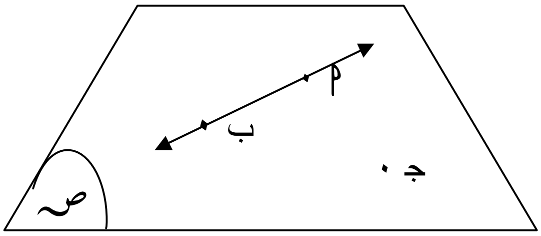
تعيين المستوى فى الفراغ

يتحدد المستوى تحديدا تاما فى الفراغ بإحدى الحالات الاتية :-

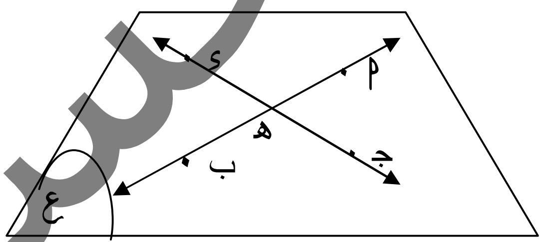
١ – ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة .



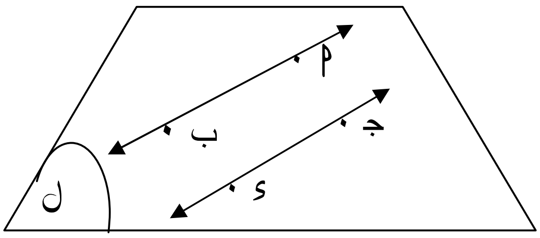
٢– مستقيم ونقطة لا تنتمى إليه .



٣– مستقيمان متقاطعان .



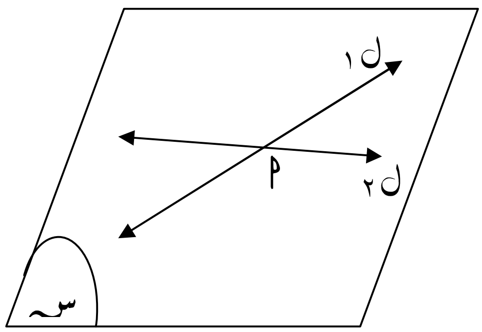
٤– مستقيمان متوازيان غير منطبقين



الأوضاع النسبية لمستقيمين مختلفين فى الفراغ

١- المستقيمان المتقاطعان

هما مستقيمان يقعان فى مستوى واحد ويشتركان فى نقطة واحدة

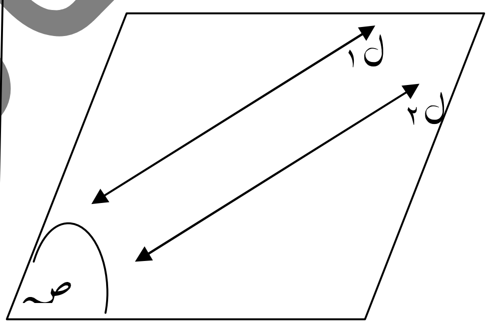


ل١ ∩ ل٢ = {أ}

ل١ ، ل٢ يجمعهما مستوى واحد

٢- المستقيمان المتوازيان

هما مستقيمان يقعان فى مستوى واحد ولا يشتركان فى أى نقطة

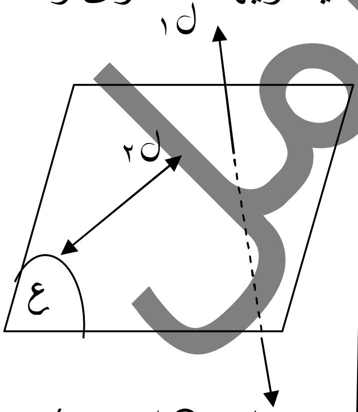


ل١ ∩ ل٢ = ∅

ل١ ، ل٢ يجمعهما مستوى واحد

٣- المستقيمان المتخالفان

هما مستقيمان لا يمكن أن يحتويهما مستوى واحد.

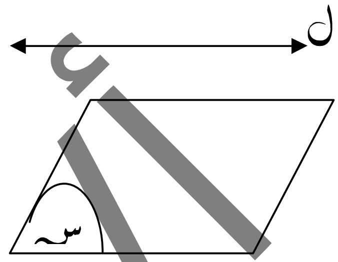


ل١ ∩ ل٢ = ∅

ل١ ، ل٢ لايجمعهما مستوى واحد

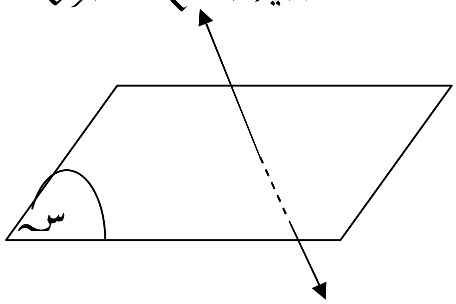
الأوضاع النسبية لمستقيم ومستوى فى الفراغ

١- المستقيم يوازى المستوى



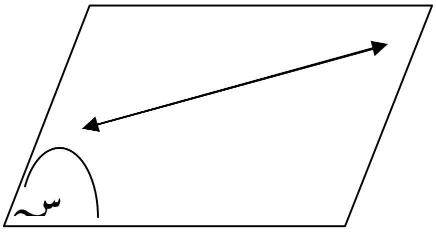
ل ∩ س = ∅

٢- المستقيم قاطع للمستوى



ل ∩ س = {م}

٣- المستقيم محتوى فى المستوى



المستقيم ل يقع بأكمله فى س

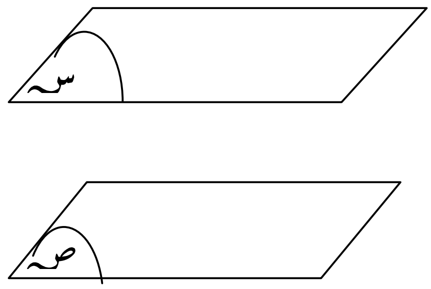
ل ∩ س = ل

❁ لاحظ أنه:-

إذا أشترك مستقيم ومستوى فى أكثر من نقطة فإن المستقيم يقع بتمامه داخل المستوى.

الأوضاع النسبية لمستويين فى الفراغ

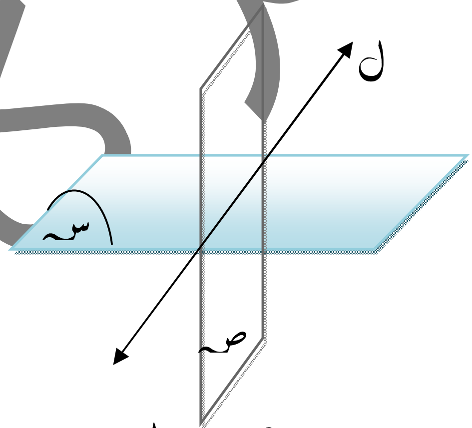
١- المستويان متوازيان



المستوى س // المستوى ص

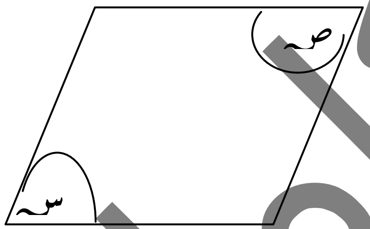
أى أن س ∩ ص = ∅

٢- المستويان متقاطعان



س ∩ ص = ل

٣- المستويان منطبقان



المستويان س ، ص

يشتركان فى جميع النقاط

س ∩ ص = س = ص

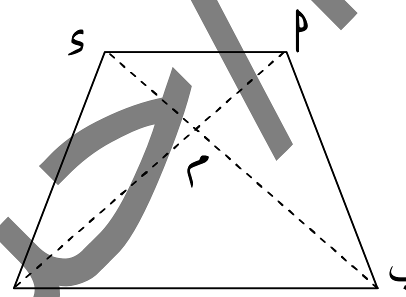
ملاحظات خطيرررررررة (٢)

١– إذا اشترك مستويان مختلفان فى نقطة فإنهما يشتركان فى مستقيم يمر بهذه النقطة.

٢– المستقيمان الموازيان لثالث فى الفراغ متوازيان .

٣ – المستقيمات الرأسية فى الفراغ كلها متوازية .

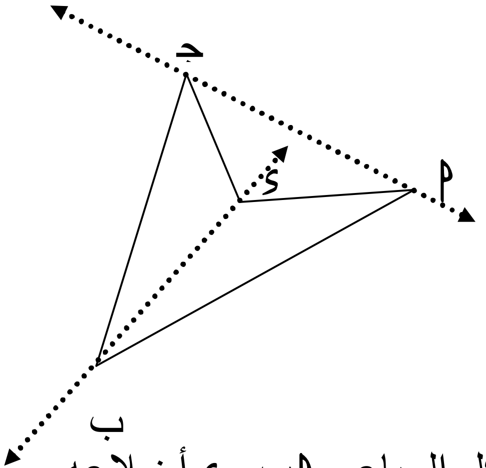
٤ – إذا تقاطع المستقيمان الحاملان لقطرى الشكل الرباعى فى نقطة فإن أضلاعه تقع جميعا فى مستوى واحد.



الشكل الرباعى أ ب جـ ء أضلاعه تقع فى مستوى واحد لأن

أجـ ∩ ب ء = {م}





الشكل الرباعى أ ب جـ ء أضلاعه لا تقع فى مستوى واحد لأن

أجـ ∩ ب ء = ∅

(أجـ ، ب ء متخالفان)

تمارين(٥)

١ أكمل ما يأتى :-

١- المستقيمان المتقاطعان هما مستقيمان يقعان فى نفس .... ويشتركان فى ....

٢- المستقيمان المتوازيان هما مستقيمان يقعان فى نفس .... ولا يشتركان فى ....

٣- المستقيمان المتخالفان هما مستقيمان لا يمكن أن يحتويهما ....

٤- المستقيمان المتخالفان هما مستقيمان ليسا .... أو ....

٥- إذا كان المستقيم ل // المستوى س فإن ل ∩ س = ...

٦- إذا كان المستقيم ل ⊂ المستوى س فإن ل ∩ س = ...

٧- إذا كان س ، ص مستويين حيث س ∩ ص = ∅ فإن س .... ص

==

٢ أذكر عدد المستويات التى تمر بكل من :-

أ – نقطة واحدة معلومة

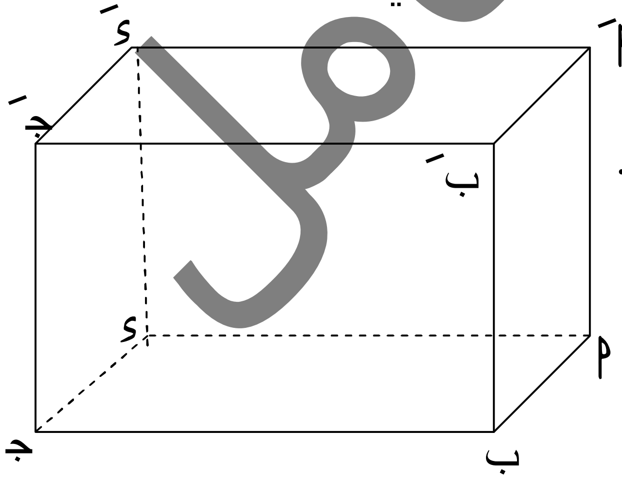
ب – نقطتين مختلفتين

جـ – ثلاث نقاط على إستقامة واحدة

ء – ثلاث نقاط ليست على إستقامة واحدة

==

٣ تأمل الشكل المقابل ، ثم أجب عن الأسئلة الأتية :-



١- أكتب ثلاث مستقيمات تمر بالنقطة أ.

٢- اكتب المستقيمات التى تمر بالنقطتين أ ، ب معاً.

٣- أكتب ثلاثة مستويات تمر بالنقطة أ.

٤- أكتب ثلاثة مستويات تمر بالنقطتين أ ، ب معاً.